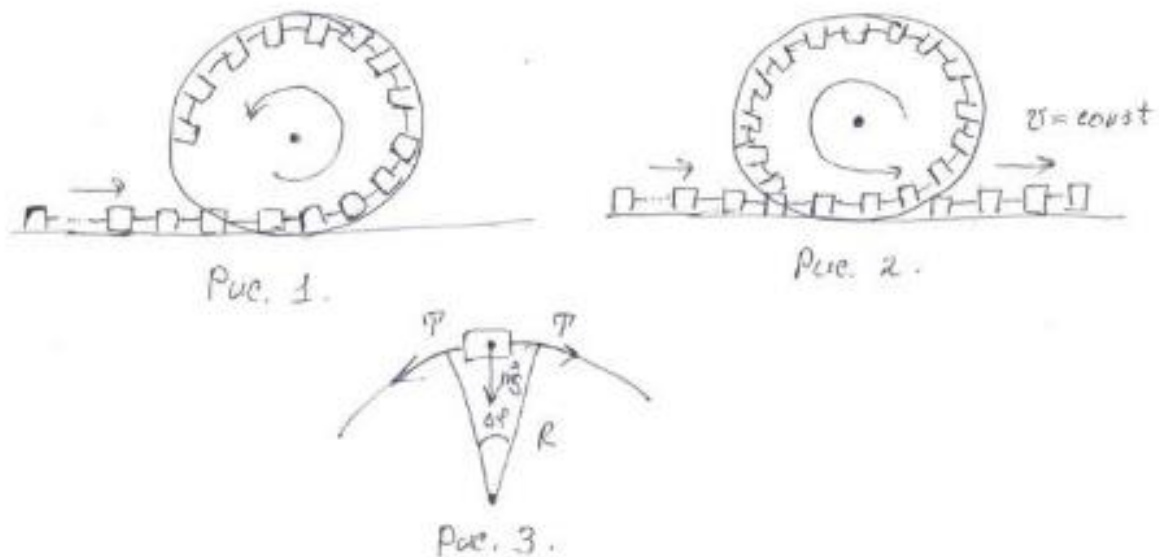


1. В аттракционе «Мертвая петля» небольшие кабины соединены друг с другом в сцепку длины L . Сцепка съезжает с горки, далее движется по горизонтальной поверхности и попадает в вертикальную петлю радиуса R . Какую наименьшую высоту H должна иметь горка, чтобы сцепка могла благополучно проехать по этой петле? Считать, что длина сцепки $L > 2\pi R$. Трением пренебречь.

Решение.



Съехав с горки высотой H и двигаясь по горизонтальной поверхности, сцепка имеет скорость $v_0 = \sqrt{2gH}$. С этой скоростью сцепка въезжает в «Мертвую петлю». Потенциальная энергия сцепки по мере заполнения петли кабинами увеличивается, а кинетическая энергия, в соответствии с законом сохранения энергии, уменьшается. (Рис.1)

Скорость сцепки достигает минимального значения v , когда головной вагон снова выезжает на горизонтальную поверхность. В дальнейшем скорость сцепки остается постоянной до тех пор пока хвостовой вагон не въедет в петлю. После этого скорость начнет увеличиваться. Сцепка благополучно проедет петлю, если при движении с минимальной скоростью v кабина, находящаяся в верхней точке петли, не оторвется от поверхности. Силы, действующие на верхнюю кабину, изображены на рис. 3.

mg – сила тяжести; T – сила, действующая на верхнюю кабину со стороны элементов, соединяющих верхнюю кабину с двумя соседними.

$\Delta\varphi$ – угол (в радианах), под которым верхняя кабина видна из центра петли ($\Delta\varphi \ll 1$). Сила \vec{T} имеет составляющую $T \cdot \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$, направленную к центру петли. Запишем II^{ый} закон Ньютона для верхней кабины в проекции на направление к центру:

$$m \frac{v^2}{R} = mg + T \cdot \Delta\varphi \quad (1)$$

$$\text{Для } \Delta\varphi \ll 1 \quad \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \approx \frac{\Delta\varphi}{2}$$

При повороте кабинок, находящихся в петле, на угол $\Delta\varphi$ все кабины от верхней до хвостовой смещаются на одну позицию. При этом число кабин, находящихся на горизонтальной поверхности и еще не въехавших в петлю, уменьшается на 1, а число кабин наверху петли увеличивается на 1. Работа, которую совершает сила \vec{T} при этом, равна $T \cdot R \cdot \Delta\varphi$, а потенциальная энергия рассматриваемой части сцепки увеличивается на $2 \cdot mg \cdot R$, m – масса одной кабины.

По закону сохранения энергии,

$$\begin{aligned} T \cdot \Delta\varphi \cdot R &= mg \cdot 2R \\ T \cdot \Delta\varphi &= 2 \cdot mg \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение (1) принимает вид:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = 3mg \quad (3)$$

По закону сохранения энергии, написанному для всей сцепки

$$MgH = \frac{Mv^2}{2} + Mg \frac{2\pi R}{L} \cdot R \quad (4)$$

M – масса всей сцепки.

И, следовательно, минимальная высота, с которой может съехать сцепка (благополучно съехать!)

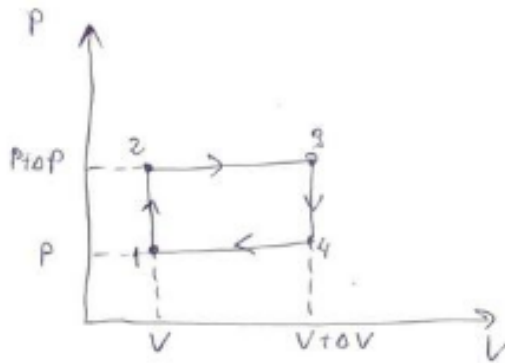
$$H = \frac{3}{2} * R + \frac{2\pi R^2}{L}$$

$$(L \geq 2\pi R)$$

2. Чему равен наибольший КПД теплового двигателя, работающего по циклическому процессу, который в осях (P , V) имеет вид прямоугольника, стороны которого параллельны осям P и V ?

Рабочее тело одноатомный газ.

Решение.



$$\text{КПД} = \eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_1}$$

$A_{\text{цикл}}$ – работа, которую совершает газ в цикле $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$Q_1 = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3}$ – тепло, полученное от нагревателя в процессах $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$.

$$\eta = \frac{\Delta P \cdot \Delta V}{C_V(T_2 - T_1) + C_P(T_3 - T_2)} = \frac{\Delta P \cdot \Delta V}{\frac{3}{2}(P - \Delta P) \cdot V - \frac{3}{2}P \cdot V + \frac{5}{2}(P + \Delta P)(V + \Delta V) - \frac{5}{2}(P + \Delta P) \cdot V} = \frac{1}{\frac{3}{2} \frac{V}{\Delta V} + \frac{5}{2} \frac{P}{\Delta P} + \frac{5}{2}}$$

$$\eta_{\text{max}} = \frac{2}{5}; \quad \eta_{\text{max}} \% = 40\%$$

3. В вакуумном диоде, анод и катод которого представляют собой плоские параллельные пластины, ток $J = c \cdot v^{3/2}$, где $c = \text{const}$. Во сколько раз увеличится сила давления на анод, возникающая из-за неупругих ударов электронов о его поверхность, если напряжение на диоде увеличить в два раза?

Начальными скоростями электронов, вылетающих с катода, пренебречь.

Решение.

Сила давления на анод $F = \frac{\Delta P_{\text{имп}}}{\Delta t}$

$\Delta P_{\text{имп}} = mv \cdot n \cdot v \cdot \Delta t \cdot S$ – импульс, который передают аноду электроны за время Δt .

m – масса электрона, v – скорость, с которой электроны подлетают к аноду,

n – концентрация электронов вблизи анода. Так как $v \sim \sqrt{U}$, а ток $J = nev \cdot S \sim v^{3/2}$, сила давления электронов на диод пропорциональна v^2 и, следовательно, при увеличении напряжения на диоде в 2 раза давление увеличится в 4 раза.

4. Три конденсатора имеют ёмкости $C_1 = 1$ мкф, $C_2 = 2$ мкф и $C_3 = 3$ мкф и выдерживают, не пробиваясь, предельные напряжения $U_1 = 80$ в, $U_2 = 40$ в и $U_3 = 20$ в соответственно.

Какое наибольшее напряжение U_0 может быть подано на цепочку из этих трех конденсаторов, соединенных последовательно?

Решение.

Чтобы конденсаторы не пробивались, заряд на первом не должен превышать 80 мк Кл, на втором 80 мк Кл, на третьем 60 мк Кл. Так как при последовательном соединении заряды на всех конденсаторах одинаковы, то этот заряд не должен превышать 60 мк Кл. И, следовательно, напряжение на цепочке конденсаторов не должно превышать 110 в.

5. Через работающий мотор течет J . Если включить мотор в сеть и не давать его якорю вращаться, то через него течет ток J_0 . Найти КПД мотора.

Решение.

Полная потребляемая мотором мощность $N = J \cdot U$; U – напряжение сети, в которую включают мотор.

В тоже время $U = J_0 \cdot R$, где R – сопротивление обмоток электродвигателя.

$$\text{КПД мотора } \eta = \frac{N - N_{\text{тепл}}}{N} = \frac{J \cdot U - J^2 \cdot R}{J \cdot U} = \frac{J \cdot U - J^2 \frac{U_0}{J_0}}{J \cdot U} = 1 - \frac{J}{J_0}$$