

**Олимпиада МИРЭА по математике
для 9-11 классов 2015-2016**

интернет тур

1.(9-11). Найти наименьшее натуральное число n , такое, что $n^3 - 4n^2 - 3n - 18$ делится на 17.

2.(9-11). Какое наибольшее число членов может содержать конечная арифметическая прогрессия с разностью 8 при условии, что квадрат ее первого члена в сумме со всеми остальными членами не превосходит 200?

3.(9-11). Решить неравенство: $\sqrt[3]{x^3 - 7} - \frac{x^2 - 4}{x} \leq 0$.

4.(9-11). В равнобедренной трапеции $ABCD$ $AD \parallel BC$ угол при большем основании AD равен 80° . Длина диагонали равна сумме оснований трапеции. На стороне AB выбрана точка K так, что $AK = AD$. Найти угол KCB .

5. (9-11). Решить уравнение: $5\sqrt{x-3} - \sqrt{x-3} = 5x - \sqrt{2x-2} - \sqrt{x^2-9}$.

6.(9-10). На плоскости расположено 25 точек, причем из любых трех точек можно выбрать две, расстояние между которыми меньше 1 см. Доказать, что найдутся 13 точек, лежащих в круге радиуса 1 см.

7.(9-10). Доказать, что уравнение $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 + x_5^4 + x_6^4 + x_7^4 + x_8^4 + x_9^4 + x_{10}^4 + x_{11}^4 = 6044$ не имеет решений в целых числах.

8.(9-10) Решить уравнение

$$\frac{4x-16}{x^2-8x+15} - \frac{5x-5}{x^2-25} - \frac{3x-24}{x^2-4x+32} - \frac{7x}{x^2-2x+48} - \frac{4x-18}{x^2-10x+24} = 0.$$

9. (11). В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка K делит диагональ грани A_1B так, что $A_1K : KB = 1:2$, а точка L делит диагональ параллелепипеда B_1D в отношении $1:2$, считая от вершины B_1 . Докажите, что $KL \parallel AC$.

10.(11). Доказать, что $\log_3 25 = 3 \sin \frac{23}{6} = \log_{25} 3 = 4$.

11.(11). Найти все значения параметра a , при которых уравнение $\cos^2 x = 1 - 4a - 2^2$ имеет корни, а числа $\frac{1-4a}{27a^4}$ – целые.