

**Олимпиада МИРЭА по математике
для 9-11 классов 2017-2018**

интернет тур

1.(9-11). У Сережи 32 одноклассника. Известно, что у каждого одноклассника разное количество друзей (если Петя дружит с Васей, то считается, что и Вася дружит с Петей). Какое может быть количество друзей у Сережи?

2. (9-11). Известно, что p, q, r – простые числа и $p^2 + q^2 + r^2 = pq + pr + qr = 1049$. Найти все возможные значения p, q, r .

3. (9-11). Найти наибольшее значение функции $f(x) = 2 + 3 \sin x + \sqrt{3} \sin x - 5 \sin x$.

4.(9-11). Решить неравенство $\frac{x^3 - 6x - 6}{5x \sqrt{4x - 8} - 4x - 1} \geq 3$.

5.(9-11). В треугольнике ABC угол A равен 120° . На стороне AC взяты несовпадающие точки M и N так, что $BM^2 = AM \cdot CM$ и $BN^2 = AN \cdot CN$. Радиус окружности, описанной около треугольника BMN равен $\sqrt{3}$. Найти AC .

6.(9-11). Сколько решений имеет система
$$\begin{cases} x^4 - x^3 - x^2 - z = 1 \\ y^4 - y^3 - y^2 - x = 1 \\ z^4 - z^3 - z^2 - y = 1 \end{cases}$$

7.(9-11). Найти всевозможные пары целых чисел x и y таких, что среднее арифметическое чисел $\frac{1}{x}, \frac{1}{x+y}, \frac{1}{x+y+2y}, \frac{1}{x+y+2y+3y}, \dots, \frac{1}{x+y+9y+10y}$ равно $\frac{1}{3^x - 11y^3 - y^2 - 16}$.