Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«МИРЭА — Российский технологический университет»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019 (ЗАОЧНЫЙ ТУР)

1. Найти все значения параметра a, при которых x_1 и x_2 являются корнями квадратного уравнения $x^2-(4a-3)x+3a^2-5a+2=0$ и $4x_1+5x_2=29$.

2. Про натуральные числа a, b, c известно, что $a+b=c+5$ и $a\cdot b=4c+5$. Верно ли, что $a=b$?

3. Точка H является точкой пересечения высот AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC. Продолжение высоты BB_1 за точку B_1 пересекает окружность, описанную около треугольника ABC в точке B_2. Известно, что $AH=A_1H$, $BH=B_2H$. Найти $\angle ACB$.

4. Сравнить числа $\frac{8}{9}+2\sqrt{\frac{15}{16}}+3\sqrt[3]{\frac{24}{25}}+4\sqrt[4]{\frac{5}{4}}$ и 10.

5. Найти наименьшее значение выражения

$$|2x-y+4|+|x-3y+1|+|8x+3y+15|.$$

6. Решить неравенство

$$\frac{\left|x^3-2x^2-5x+6\right|+\left|2x^3+5x^2-6x-9\right|-\left|3x^3+3x^2-11x-3\right|}{\left|2x^2+x\right|-4|x|-|2x+1|+4}\le 0.$$

7. Найти все положительные решения системы уравнений

$$\begin{cases}3x^4+1=4x^2z\\3z^4+1=4z^2y\\3y^4+1=4y^2x\end{cases}.$$

8. Известно, что для функции $f(x)=ax^2+bx+c$ выполнено равенство $f\left(\frac{1}{a}\right)+f\left(-\frac{1}{a}\right)=-600$, а уравнение $f(x)=0$ имеет корни разных знаков. Через точки пересечения графика функции $y=f(x)$ с осями координат проведена окружность. Найти расстояние от центра этой окружности до оси Ox.