

Задание 1.

Шар массой m подвешен на невесомой пружине, закрепленной на подвижном шарнире, при этом жесткость пружины k длина пружины l . На шар действовали силой F в горизонтальном направлении в результате чего система шар-пружина отклонилась на малый угол, написать уравнение колебаний для системы шар-пружина, при условии того, что трение в шарнире отсутствует.

Решение

Найдем угол отклонения системы шара под действием силы F :

$$F = k\Delta l \cos \alpha_0 \rightarrow \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{mg}{F}. \text{ Будем считать, что угол } \alpha_0 \text{ нам}$$

$$mg = k\Delta l \sin \alpha_0$$

известен. Тогда:

$$\Delta l = \frac{mg}{k \sin \alpha_0}$$

Разобьем задачу на две.

1. Запишем уравнения колебания пружинного маятника с начальными условиями, определенными ранее.

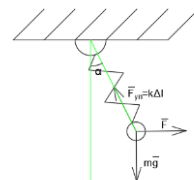
$$x(t) = (l + \Delta l) \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right)$$

Поскольку отклонение было на малый угол, то ускорением, связанным с движением системы на подвесе можно пренебречь.

2. Запишем уравнение колебаний математического маятника с начальными условиями, определенными ранее.

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos \left(\sqrt{\frac{g}{x(t)}} t \right)$$

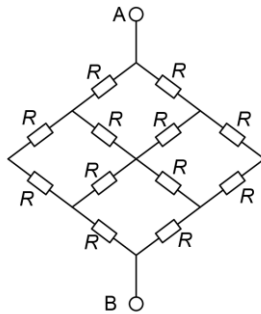
$$\text{Ответ: } \alpha(t) = \alpha_0 \cos \left(\sqrt{\frac{g}{x(t)}} t \right)$$



Многопрофильная
олимпиада РТУ МИРЭА
Заключительный этап
Физика
Вариант 2

Задание 2.

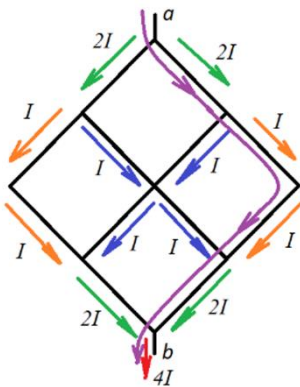
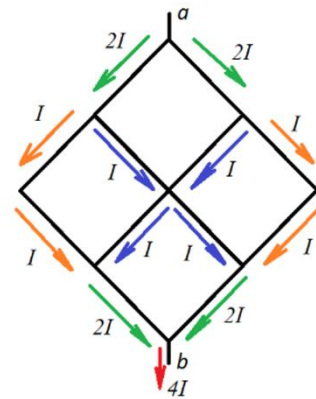
На рисунке показана схема, значение каждого сопротивления $R = 3$ ома, определить сопротивление всей цепи.



Решение

По первым правил Кирхгофа распределим ток текущие из узла А в узел В.

Что бы определить сопротивление пройдем любым из возможных путей течения тока, поскольку все они эквивалентны. Воспользуемся законом Ома:



$$R_{AB} = \frac{2IR + IR + IR + 2IR}{4I} = \frac{6IR}{4I} = 1.5R = 4.5 \text{ Ом}$$

Ответ: $R_{AB} = 4.5 \text{ Ом}$

Задание 3.

Тело без начальной скорости соскальзывает с наклонной плоскости коэффициент трения которого зависит от пройденного пути l согласно выражению $\mu = bl$. Найти через какое время тело остановится.

Решение

Запишем второй закон Ньютона введя ось координат, соответствующую наклонной плоскости:

$$ma = mg \sin \alpha - mg \cos \alpha \cdot bx$$

Полученное выражение по своему виду напоминает выражение для колебаний тела подвешенного на пружине. При этом «коэффициент жёсткости» будет равен: $k = mg \cos \alpha \cdot b$.

Сумма сил действующих на тело равна нулю, при значении:
 $x_0 = \frac{1}{b} \operatorname{tg}(\alpha)$.

Найдем какое значение скорости имело тело в этот момент из закона сохранения энергии:

$$\frac{mV_0^2}{2} = mg \sin \alpha \cdot x_0 - \frac{kx_0^2}{2} = mg \sin \alpha \cdot x_0 - mg \cos \alpha \cdot bx_0^2$$

$$V_0^2 = 2gx_0 \sin \alpha - gbx_0^2 \cos \alpha = \frac{g \sin^2 \alpha}{b \cos \alpha}$$

До полной остановки тело пройдет еще четверть периода «колебаний». Напишем выражение для частоты этих «колебаний»:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = gb \cos \alpha$$

Время до полной остановки тела займет пол периода:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\sqrt{gb \cos \alpha}}$$

Ответ: $t = \frac{\pi}{\sqrt{gb \cos \alpha}}$.

Задание 4.

Горизонтальный теплоизолированный цилиндр объёмом V заполнен идеальным одноатомным газом с давлением p . С одной стороны, цилиндр закрыт подвижным теплоизолированным поршнем массой M , а с другой неподвижной стенкой. Поршень имеет возможность перемещаться без трения от стенки до конца цилиндра, не имея возможности покинуть его. В поршень

вдоль оси цилиндра попадает пуля массой m со скоростью v и застревает в нем. Найти как изменится температура газа внутри цилиндра.

Решение

Кинетическая энергии пули пойдет на увеличение внутренней энергии газа и на совершение отрицательной работы изобарного сжатия газа:

$$E_k = \Delta U - A \rightarrow \frac{(m+M)V_0^2}{2} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T - \nu R\Delta T = \frac{1}{2}\nu R\Delta T \rightarrow$$

$$\Delta T = \frac{(m+M)V_0^2}{\nu R},$$

где $V_0 = \frac{mv}{(m+M)}$ находится из закона сохранения импульса.

Найдем начальную температуру газа из уравнения Менделеева — Клапейрона, записав его для начального состояния газа: $T_1 = \frac{pV}{\nu R}$.

Запишем искомое соотношение:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T} = 1 + \frac{(m+M)V_0^2\nu R}{\nu R pV} = 1 + \frac{(m+M)V_0^2}{pV} = 1 + \frac{(mv)^2}{pV(m+M)}$$

Ответ: $\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(mv)^2}{pV(m+M)}$

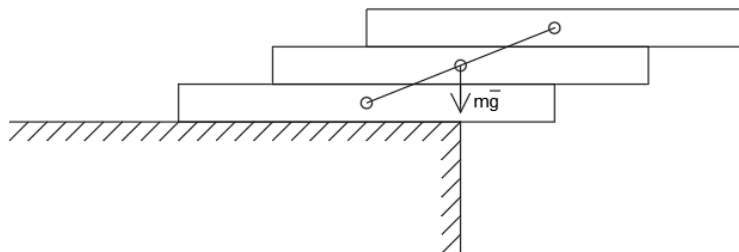
Задание 5.

Книга формата а5 (148*210 мм) толщиной 2 см и массой 250 г лежит на краю стола на свисая четверть своей длины. Найти сколько еще таких же книг можно положить сверху до обрушения конструкции при условии, что край каждой последующей книги будет выступать на такую же величину от края нижележащие книги.

Решение

Очевидно, что для того что бы система находилось в равновесии общий центр тяжести системы не должен пересекать край стола. Поскольку с каждой положенной сверху книгой центр тяжести системы смещается на $L/8$, то при приложении двух книг сверху центр тяжести системы сместиться от исходного на величину $L/4$, т.е. совпадет с краем стола. Это означает что следующая книга сместит центр тяжести за край стола.

Многопрофильная
олимпиада РТУ МИРЭА
Заключительный этап
Физика
Вариант 2



Ответ: Две книги.