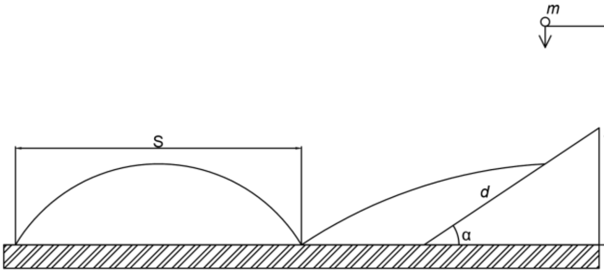
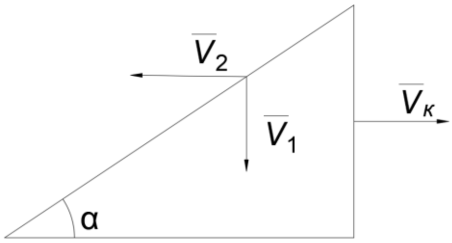
Многопрофильная олимпиада РТУ МИРЭА Отборочный этап Физика 9-11 класс

Задание 1.

На покоящийся на бесконечном горизонтальном столе клин с углом при основании α и массой M сверху с высоты h (от стола) падает шарик массой m, который ударяется о клин на расстоянии d от точки соприкосновении наклонной плоскости клина с поверхностью (см. рис 1.) После упругого удара о клин шарик отскочил по горизонтали, а клин начал двигаться поступательно. На какое расстояние S по горизонтали переместиться шарик между первым и вторым ударами о стол? Трением между всеми поверхностями можно пренебречь, удары о стол считать абсолютно упругими.

Решение





Определим скорость V_1 с которой шар достигнет поверхности клина.

$$mg\left(h-d\sin\alpha\right)=\frac{mV_1^2}{2}\longrightarrow V_1=\sqrt{2g\left(h-d\sin\alpha\right)}$$

Применим законы сохранения энергии и импульса и выразим скорость с которой шарик отскочил от клина.

$$mV_2=V_K M$$

$$\frac{mV_1^2}{2}=\frac{mV_2^2}{2}+\frac{MV_K^2}{2}\longrightarrow V_2=V_1\Big/\sqrt{1+\frac{m}{M}}=\sqrt{\frac{2g\left(h-d\sin\alpha\right)}{\left(1+\frac{m}{M}\right)}}$$

Найдем время полета шарика после отскока через уравнение движения для вертикальной оси

$$d\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}=0\longrightarrow t=\sqrt{\frac{2d\sin\alpha}{g}}$$

Из закона сохранения энергии следует что максимальная точка траектории между первым и вторым ударами о стол будет соответствовать

$\boldsymbol{d}\sin\boldsymbol{\alpha}$, а время между ударами будет равняться $2\boldsymbol{t}$. Тогда расстояние $\boldsymbol{S}$ будет описываться следующим выражением что шарик

$$S = V_2 t = 2\sqrt{2g\left(h - d\sin\alpha\right)\frac{2d\sin\alpha}{g}\Big/\left(1+\frac{m}{M}\right)} = 2\sqrt{2\left(h - d\sin\alpha\right)d\sin\alpha\Big/\left(1+\frac{m}{M}\right)}$$

Задание 2.

В тепловой машине ν молей идеального газа совершают замкнутый цикл, состоящий из процессов 1-2 и 2-3 (см. рис. 2). Величины P0 и V0 считать известными. Найти работу, совершаемую газом за цикл и КПД тепловой машины.

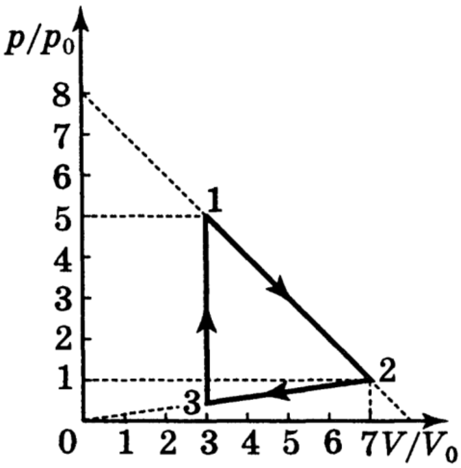


Рис. 2

Решение

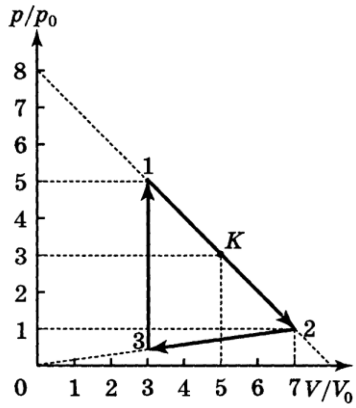
Работа газа за цикл равна

$A = \frac{1}{2}(P_1 - P_3)(V_2 - V_3)$, где P_1=5P_0, P_3=3/7P_0, V_2=7V_0, V_3=3V_0, следовательно $A = \frac{64P_0V_0}{7}$.

Температуру в точках 1 и 3 можно найти из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$T_1 = \frac{P_1V_1}{\nu R} = 15\frac{P_0V_0}{\nu R},\quad T_3 = \frac{P_3V_3}{\nu R} = \frac{9}{7}\frac{P_0V_0}{\nu R}$$

На участке 3-1 газ получает тепло $Q_{3-1} = \frac{3}{2}\nu R\left(T_1 - T_3\right) = \frac{144}{7}P_0V_0$



На участке 1-2 точка K соответствует значению объёма такому, что при $V < V_K$ газ получает тепло, а при $V < V_K$ – отдает.

Процесс 1-2 описывается уравнением

$$P = -\frac{P_0}{V_0}V + 8P_0,$$

Подставим P в уравнение Менделеева-Клапейрона

$$8P_0V - \frac{P_0}{V_0}V^2 = \nu RT \longrightarrow \left(8P_0 - \frac{P_0}{V_0}V\right)\Delta V = \nu R\Delta T$$

Запишем первый закон термодинамики

$\Delta Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V \longrightarrow \Delta Q = \left(20P_0 - 4\frac{P_0}{V_0}V\right)\Delta V$ из выражения видно, что $V_K = 5V_0$, $P_K = 3P_0$, следовательно $T_K = 15\frac{P_0V_0}{\nu R}$. Тепло получаемое на участке 1-K равно

$$Q_{1-K} = \frac{3}{2}\nu R(T_K - T_1) = \frac{P_1 + P_K}{2}(V_K - V_1) = 8P_0V_0$$

$$\eta = \frac{A}{Q_{1-K} + Q_{3-1}} = \frac{\frac{64P_0V_0}{7}}{8P_0V_0 + \frac{144}{7}P_0V_0} = \mathbf{0.32}$$

Задание 3.

Из проволоки изготовлен икосаэдр, к двум противоположным вершинам которого подключены проводники (см. рис. 3). Найти сопротивления всей цепи, если сопротивление рёбер, соединённых непосредственно с проводниками R1 = 5 Ом, а рёбер, не соединённых с проводниками R2 = 10 Ом.

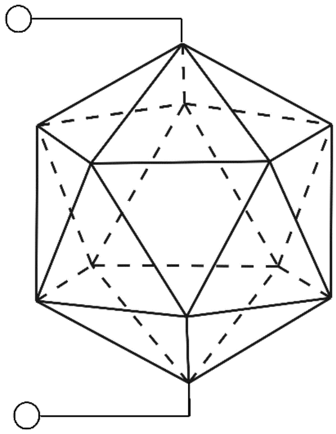
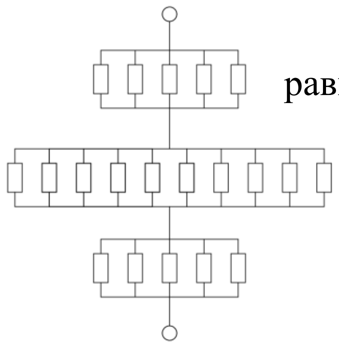


Рис. 3

Решение

Все вершины в каждой горизонтальной плоскости являться эквипотенциальным точками – соединим их между собой. Упростим схему



Тогда общее сопротивление цепи будет равно

$$R_{total} = \frac{R_1}{5} + \frac{R_1}{5} + \frac{R_2}{10} = \frac{2R_1}{5} + \frac{R_2}{10} = \mathbf{3\ Ом}$$

Задание 4.

На шероховатом горизонтальном столе находится брусок массой M = 500 г с прикреплённой к нему лёгкой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый неподвижный блок, причём отрезок нити от бруска до блока горизонтален. Ко второму концу нити привязана лёгкая пружина жестокостью k = 10 Н/м с подвешенным на ней грузом массой m = 100 г. В начальном состоянии груз удерживают в таком положении, что нить слегка натянута, а пружина не деформирована, причём правый конец нити и пружина занимают вертикальное положение. В некоторый момент груз отпускают из состояния покоя. Спустя время τ = π/30 с ≈ 0,105 с после этого брусок сдвигается с места. Найдите коэффициент трения μ между бруском и столом.

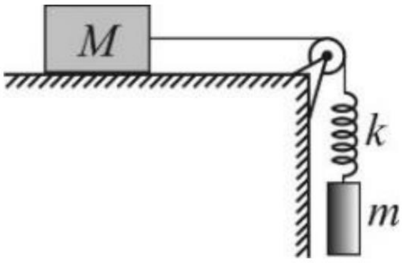


Рис. 4

Решение

Условие того брусок сдвинется с места $T > \mu Mg$.

По закону Гука T = ky. Найдем величину $y(\tau) = y_0$ в момент времени τ. Совместим начало отсчета с нижним концом недеформированной пружины, координатную ось OY направим вертикально вниз.

По второму закону Ньютона для груза имеем уравнение движения $m\ddot{y} = mg - ky$ с начальными условиями $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$.

Используем замену переменных $a = y - \frac{mg}{k} \longrightarrow \ddot{a} + \frac{k}{m}a = 0$

Решим для случая $a(0) = 0$, $\dot{a}(0) = 0$.

$$a(t) = -\frac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) \longrightarrow y_0 = \frac{mg}{k}\left[1-\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\tau\right)\right]$$

Подставим в $\mu Mg = ky_0 \longrightarrow \mu = \frac{m}{M}\left[1-\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\tau\right)\right]$ **=0,1**

Задание 5.

Две тонкие линзы расположены на общей оптической оси на расстоянии L друг от друга. На той же оси на таком же расстоянии L от одной из них расположен точечный источник света. Если ближе к источнику размещена линза с большей оптической силой, то изображение источника находится на расстоянии 2L за дальней линзой. Если, не перемещая источник, переставить линзы, то изображение будет находиться на расстоянии 3L/2 за дальней линзой. Найти фокусные расстояния обеих линз.

Решение

F_1 и F_2 – фокусные расстояния линз, L – расстояние между ними, $a_{1,2}$ – расстояния до источников от каждой из линз, $b_{1,2}$ – расстояния до изображений. Найдем расстояние b_1

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{F_1}\longrightarrow b_1=\frac{a_1F_1}{a_1-F_1}$$

Полученное изображение является источником для второй линзы

$$a_2=L-b_1=L-\frac{a_1F_1}{a_1-F_1}=\frac{La_1-F_1\left(L+a_1\right)}{a_1-F_1}$$

Найдем расстояние b_2

$$b_2=\frac{a_2F_2}{a_2-F_2}=\frac{F_2\left[La_1-F_1\left(L+a_1\right)\right]}{La_1-F_1\left(L+a_1\right)-F_2a_1-F_1F_2}\longrightarrow\left(L+a_1+b_2\right)F_1F_2-\left(L+a_1\right)b_2F_1-\left(L+b_2\right)a_1F_2+La_1b_2=0$$

Запишем систему уравнений на основе соотношение из условий

$$4F_1F_2-4LF_1-3L_1F_2+2L^2=0$$
$$\frac{7}{2}F_1F_2-\frac{5}{2}LF_1-3L_1F_2+\frac{3}{2}L^2=0$$

Её решения $F_1 = L$, $F_2 = 2L$ и $F_1 = 3L/8$, $F_2 = L/3$. Условиям задачи удовлетворяет только первое решение $F_1 = L$, $F_2 = 2L$.