

Задачи для олимпиады 20 декабря 2013 года

1. Учебник по экономике, четыре учебника по математическому анализу и два учебника по алгебре стоят 1385 рублей. Три учебника по экономике, 11 учебников по математическому анализу и восемь учебников по алгебре стоят 9540 рублей. Сколько стоят учебник по математическому анализу и по алгебре вместе?

2. Известно, что α, β, γ – углы остроугольного треугольника и

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} + \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} + \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} + \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{3}{2}.$$

Покажите, что треугольник правильный.

3. Дана функция $y = x^3 + px + q$, которая при пересечении с некоторой прямой в трех точках, сумма ординат которых равна 0. Докажите, что прямая проходит через начало координат.

4. В тупоугольном треугольнике ABC $\angle BAC = 90^\circ$ точка O – центр описанной около треугольника окружности. Окружность, построенная на отрезке AO как на диаметре, делит сторону BC точками M и N на отрезки так, что $BM = a, MN = b, NC = c$. Найти AM и AN .