

**Олимпиада МИРЭА по математике
для 9-11 классов 2014-2015**

интернет тур

1(9-11). Поезд длиной 300 м проходит мимо едущего ему навстречу со скоростью 30 км/ч маневрового тепловоза за 10 сек. Найти скорость поезда.

$$x^2 - x + 1 = \frac{x-2}{x^3} \quad x^2 - x + 1 = 2 \quad \log_{x^2} x = 8$$

2(11). Решить неравенство $\frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x^2} > 2x - 1 - 6x$ 0.

3(9-11). В трапецию ABCD с основаниями AD = 21, BC = 7 и $\angle BCD = 2 \angle BAD$ вписана окружность. Найти радиус этой окружности.

4(9-11). Функция $f(x)$, определенная для всех действительных значений x , удовлетворяет соотношению $f(x^2 - 2x) = f(x) - 2$, $f(x^2 - 2) = x^2 - 5x$ при любом значении x . Найти $f(3)$.

5. (11) Найти сумму всех действительных корней уравнения $\sqrt{1-x} \cos \log_2 \frac{x}{\sqrt{8}} = 0$.

6(9-11). Доказать, что не существует целых чисел a, b, c, d, e таких, что выражение $ax^{2014} + bx^{14} + cx^2 + dx + e$ равно 5 при $x = 2$ и равно 7 при $x = 5$.

$$x + y + z + 2xz = 7xy = \frac{5}{2}$$

7(9-11). Решить систему $x^2 + y^2 + z^2 + 3xyz = 2z = \frac{3}{2}$

$$x^4 + y^4 + z^4 + 2xy = 4z = \frac{7}{2}$$

8(11). Дан правильный тетраэдр с одинаковыми ребрами. Доказать, что радиус сферы, описанной около тетраэдра, радиус сферы, касающейся всех ребер и радиус сферы, вписанной в тетраэдр составляют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Найти знаменатель этой прогрессии.

9(10-11). Решить уравнение $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-2x-3} + \sqrt{3x^2-10x-7} = 10$.

10(11). Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2 x^2 + 4y = 2 + 2^{y^2 - 2y - 2} & \log_2 y^2 + 2x = 5 + 2^{x^2 - 2y - 2x - 5} \\ 2y^2 + 3xy + 8y + 4x - x^2 = 0 \end{cases}$$