



Многопрофильная олимпиада РТУ МИРЭА

Заочный отборочный этап. Математика 9-11 класс

1. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 4 \\ x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0 \end{cases}.$$

2. Решить уравнение $\sqrt{x^2 + 3x + 4} = |x^2 - x - 2| + \sqrt{4x^2 - 9x + 16}.$

3. Решить уравнение $\sin x + \cos x = \sqrt{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}.$

4. В треугольнике ABC с площадью равной $\sqrt{3}$ известно, что радиус описанной окружности равен $\frac{2}{\sqrt{3}}$, а радиус вписанной окружности равен $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Найти стороны треугольника.

5. Найти минимум функции $f(x) = \left(\frac{1 + \sin^2 x}{\sin^2 x}\right)^{100} + \left(\frac{1 + \cos^2 x}{\cos^2 x}\right)^{100}.$

6. Найти объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если известно, что $3 AB + 4 BC + 10 AA_1 = 500$, а диагональ $BD_1 = 20\sqrt{5}$.

7. В некотором городе решили построить парк развлечений. Для этого вырыли 12 озер, соединили их 16 каналами так, из каждого озера можно попасть в каждое по каналам. На каждом острове, образованном озерами и каналами построили по парку аттракционов. Сколько парков аттракционов было построено?

8. Решить уравнение $\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = [x], x > 0.$ $[x]$ – целая часть числа x , то есть наибольшее целое число, не превосходящее x .